

Her Mathemateg Cynradd – Chwefror 2021

Atebion a Nodiadau

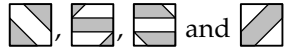
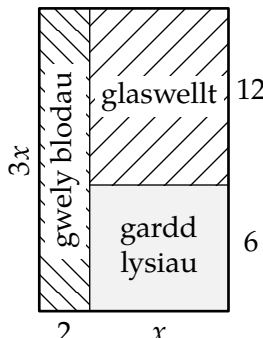
Mae'r nodiadau hyn yn rhoi amlinelliad bras o sut y gellir datrys y problemau hyn.

Weithiau mae nifer o ffyrdd o geisio problemau, a ni ellir rhoi manylion pob un yma.

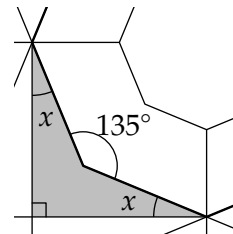
Mae awgrymiadau ar gyfer gwaith pellach ar sail rhai o'r problemau hefyd wedi'u darparu.

P1 **B** ($\frac{20}{21} = 20 \div 21 \approx 1$)

P2 **B** ($7 \times 4 - 3 = 25$)

- 1 **B** 6 Y tro nesaf y bydd yr odometr yn dangos dau ddigid yr un pryd fydd 45131 milltir, h.y. 6 milltir yn ddiweddarach.
- 2 **D** 15 Mae cyflog gweinydd fesul awr, £6.81, bron yn £7. Er mwyn ennill £100 bydd angen iddo weithio tua $100 \div 7 \approx 15$ awr (cyfanswm o £102.15) – ni fydd 14 awr yn ddigon.
- 3 **A** 7 munud yn araf Gan fod cloc Toc 3 munud yn araf, yr amser go iawn yw 16:34. Felly mae cloc Tic yn $34 - 27 = 7$ munud yn araf.
- 4 **E** 144 cm^2 Hyd pob ymyl y sgwâr yw $48 \div 4 = 12$ cm. Felly arwynebedd y sgwâr yw $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$.
- 5 **C** 4 Bydd craffu'n ofalus yn datgelu pedair teilsen wahanol: .
- 6 **C** **181** Os oes gennym ddau gyfanrif dilynol, mae un yn odrif ac un yn eilrif. Felly mae swm eu sgwariau yn odrif. Felly gallwn ddiystyru 808 ac 818 yn syth. Gallwn ddiystyru 161 gan nad yw yr un peth ben i waered. Gallwn weld bod $101 = 10^2 + 1^2$ ond nid yw 1 a 0 yn ddilynol, felly mae gennym 181 ar ôl, y gellir ei ysgrifennu fel $9^2 + 10^2$.
- 7 **C** 7 Mae'n glir bod 8 biliwn, lluosrif o 8, gyda gweddill o 0 pan y'i rhennir gydag 8, felly bydd gan 7999 999 999 (sy'n 1 yn llai) weddill o 7.
- 8 **B** 7 Nifer y deimyntiau caiff Adie, mewn trefn, yw 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... – pwerau 2. Gan fod $127 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$, atebodd 7 cwestiwn yn gywir.
- 9 **E** 17 Trwy ailysgrifennu'r ochr chwith $32 \times 33 \times 34$ as $(4 \times 8) \times (3 \times 11) \times (2 \times 17)$, rydym yn gweld bod $N = 17$.
- 10 **C** 22 Gadewch i rif Patrick fod yn P. Gwn fod $P - 500 < 0$ a $P + 501 \geq 1000$. Mae hyn yn golygu bod $P < 500$ a $P \geq 499$. Yr unig rif posib i fodloni'r ddau yw 499; swm ei ddigidau yw $4 + 9 + 9$ yw 22.
- 11 **D** 72 m^2 Gan fod arwynebedd y gwely blodau yn hafal i arwynebedd yr ardd lysiau, rhaid bod hyd y gwely blodau yn $6 \div 2 = 3$ gwaith lled yr ardd lysiau. Gadewch i x m fod yn lled yr ardd lysiau; felly hyd y gwely blodau yw $3x$ m. Gan fod arwynebedd y gwely blodau ($6x \text{ m}^2$) hefyd yn hanner arwynebedd y glaswellt, hyd y glaswellt yw 12 m. Nawr mae gennym $3x = 12 + 6$, sy'n arwain at $x = 6$. Arwynebedd y glaswellt felly yw $6 \times 12 = 72 \text{ m}^2$.
- 
- 12 **D** 9 Gadewch i Penny fod yn p oed nawr. Yna $p + 6 = 3(p - 4)$. Trwy ehangu'r cromfachau yma, mae gennym $p + 6 = 3p - 12$, o ble y cawn $18 = 2p$ a $p = 9$. Felly mae Penny yn naw mlwydd oed.
- 13 **B** 11 Cyfanswm nifer y botymau yw $16 + 28 + 37 = 81$. Pan fo pob jar yn cynnwys yr un nifer o fotymau, y rhif hwnnw fydd $81 \div 3 = 27$. Er mwyn symud y nifer lleiaf o fotymau, rhaid symud 1 botwm o'r ail jar a 10 botwm o'r drydedd jar a'u hadio at yr 16 botwm yn y jar gyntaf. Felly symudir cyfanswm o 11 botwm.

- 14 B 22.5° Gadewch i'r ongl y mae ei hangen fod yn x , fel yn y diagram yma. Ongl fewnol octagon rheolaidd yw $180^\circ - \frac{360^\circ}{8} = 135^\circ$, mae'r ongl tu allan yr octagon yw $(360 - 135)^\circ = 225^\circ$. Gan ddefnyddio swm onglau'r pedrochr, mae gennym $2x + 90^\circ + 225^\circ = 360^\circ$, fel bod $x = 22.5^\circ$.




- 15 C 3 O'r pum opsiwn, $13 = 13 \times 1$, $1313 = 13 \times 101$ a $131313 = 13 \times 10101$, tra bod $131 = 13 \times 10 + 1$ a $13131 = 13 \times 1010 + 1$. Felly dim ond tri llyosrif o 13 sydd yna.

- 16 E 50 000 000 Gellir cyfrifo nifer y gwelld fel $23.77 \times 100 \times 10.97 \times 100 \times 18$ sy'n fras $25 \times 100 \times 10 \times 100 \times 20 = 50\,000\,000$.

- 17 E 11 Gadewch i'r ddau rif fod yn j a k , gyda $j \geq k$. Yna $(j+k)(j-k) = 21$. Gan fod j a k yn gyfanrifau, mae $(j+k)$ a $(j-k)$ ill dau yn ffactorau 21, hynny yw 1, 3, 7 neu 21 ei hun. Os yw $j+k = 21$ a $j-k = 1$, yna mae $j = 11$ a $k = 10$. Ni wnaiff gymryd $(j+k)$ i fod yn ffactor llai na 21, er enghraifft 7, arwain at werthoedd mwy ar gyfer j na 11, fel y dangosir isod:

$j+k$	$j-k$	j	k
21	1	11	10
7	3	5	2
3	7	5	-2
1	21	11	-10

- 18 E 32 Os gallwn dybio yn y cwestiwn na rennir unrhyw gacen fach, rhaid bod cyfanswm y cacennau bach yn rhanadwy â 3, 5 a 9. Rhif o'r fath yw 45, lle y byddai ffrind gorau Alice yn cael 15, ei mam 9 a mam-gu 5; yn yr achos hwn mae mam yn cael 4 yn fwy na mam-gu. Dylai fod yn amlwg er mwyn i'w mam gael 8 yn fwy na mam-gu bod angen dyblu cyfanswm y cacennau bach i 90. Yn yr achos hwn, mae gan Alice $90 - 2 \times 15 - 2 \times 9 - 2 \times 5 = 32$ cacen fach ar ôl.

- 19 D  Pan fo'r cornel pyramid wedi'i dorri i ffwrdd, bydd y ciwb blaendor (*truncated*) yn cadw 3 wyneb sgwâr, ond bydd pob un o'r tri arall wedi'u lleihau i hanner sgwâr, hynny yw tri ongl ongl-sgwâr isosgeles; bydd sylfaen y pyramid a dorrrwyd i ffwrdd hefyd yn cyfrannu tri ongl hafalochrog, ei ymyl fydd croeslinau'r sgwariau wedi'u torri mewn hanner. Yr unig rwyd nad yw'n cynnwys y 7 o wynebau hyn yw opsiwn D. Mae'r gweddill yn rhwydi sy'n gweithio, fel y gellir profi o'u hadeiladu.

- 20 C 190 cm Gadewch i daldra'r dyn, ei het silc a'i ystudfachau fod yn m , h ac s centimetr yn eu tro. Nawr mae gennym

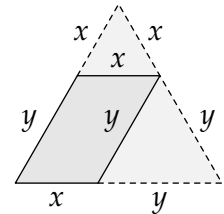
$$\begin{aligned} h + m + s &= 320 \\ h + m &= 225 \\ m + s &= 285. \end{aligned}$$

Trwy dynnu'r trydydd hafaliad o'r hafaliad cyntaf, gellir gweld bod $h = 320 - 285 = 35$; mae amnewid hyn yr ail hafaliad yn rhoi $m = 225 - 35 = 190$, o ble y cawn mai taldra'r dyn yw 190 cm.

- 21 D 10° Gallwn ddarganfod gwerth j trwy ddefnyddio swm onglau tri ongl: $2j + 44 = 180$, felly $j = (180 - 44) \div 2 = 68$. Mae dwy ffordd o gyfrifo gwerth k : bydd yn dilyn yma a'r llall yn hwyrach yn y Nodiadau. Mae'r ddwy ongl anhysbys ar y pwynt lle mae 5 tri ongl yn cwrdd yn $(180^\circ - 3 \times 44^\circ) \div 2 = 24^\circ$ yr un. Nawr gallwn gyfrifo k mewn ffordd debyg at ddarganfod j , sef $k = (180 - 24) \div 2 = 78$. Felly y gwahaniaeth rhwng j° a k° yw $78^\circ - 68^\circ = 10^\circ$.

- 22 C 1 troad Ar gyfer pob troad cyfan o'r olwyn 32-dant ar y chwith eithaf bydd yr olwyn nesaf, gydag 16 dant, yn troi dwywaith, oherwydd bod ganddi hanner nifer y dannedd. Mae dau droad o'r olwyn 16-dant yn gyrru'r olwyn 8-dant i droi 4 gwaith. Gan fod gan yr olwyn 32-dant ar y dde eithaf pedair gwaith gymaint o ddannedd â'r olwyn 8-dant, bydd yr olwyn fwy yn troi 4 chwarter-troad, hynny yw, troad cyfan.

- 23 E 30 cm Er mwyn gadael paralelogram ar ôl dau doriad, mae rhaid bod pob un o'r toriadau fod yn baralel i ymyl y triongl, fel y dangosir yma. Gadewch i ymylon y paralelogram fod yn x ac y . O'r perimedwr mae gennym $2x + 2y = 20$, ac felly $x + y = 10$. Hyd perimedwr y triongl yw $3x + 3y$, ac felly $3(x + y) = 3 \times 10 = 30$ cm.



- 24 A 11 Mae unrhyw luosrif 12 hefyd yn lluosrif 3 a lluosrif 4 ill dau. Er mwyn bod yn lluosrif 4, rhaid bod y ddau ddigid olaf fod yn lluosrif 4, felly y ddau ddigid olaf yma yw '12'. Yn yr hyn sy'n dilyn, gallwn gofio bod rhif yn rhanadwy â 3 os, a dim ond os, yw swm ei ddigidau yn rhanadwy â 3. Trwy edrych am luosrif 12 sy'n 3-digid 12 (_12), rhaid bod y digid ychwanegol yn lluosrif 3, amhosib os ydym ond yn caniatáu digidau o 1 neu 2. Ar gyfer lluosrifau 4-digid (_ _12), rhaid bod y ddau ddigid ychwanegol yn adio i 3, felly un 1 ac un 2. Ar gyfer lluosrifau 5-digid, rhaid bod y digidau ychwanegol fod yn naill ai 111 neu 222. Yn olaf, ar gyfer lluosrifau 6-digid, mae gennym dau 1 a dau 2, gan na fydd unrhyw gyfuniad arall o bedwar 1 neu 2 yn arwain at luosrif 3. Mae 6 ffordd i drefnu'r pedwar digid fel y dangosir isod.

2-ddigid	12					
3-digid	-					
4-digid	1212	2112				
5-digid	11112	22212				
6-digid	112212	121212	122112	211212	212112	221112

Felly mae 11 lluosrif i gyd.

- 25 E Z3 Un ffordd i geisio hyn yw gweithio gyda'r pedwar gosodiad posib ar gyfer y deilsen R/S, lle mae pob gosodiad yn gorfodi'r gosodiad dilynol o'r deilsen P/Q:

	1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3
X	R			X		P		X			R	X		P	
Y	S	P		Y	R	Q		Y		P	S	Y		Q	R
Z		Q		Z	S			Z		Q		Z	T	U	S

Nid yw'r tri gosodiad cyntaf yn gadael unrhyw le ar gyfer y deilsen T/U fel bod gan y T sgwâr gwag uwch ei ben. Dim ond yr opsiwn olaf sy'n caniatáu hyn, ac mae S yn mynd i mewn i sgwâr Z3.

Rhai nodiadau a phosibiliadau ar gyfer problemau pellach

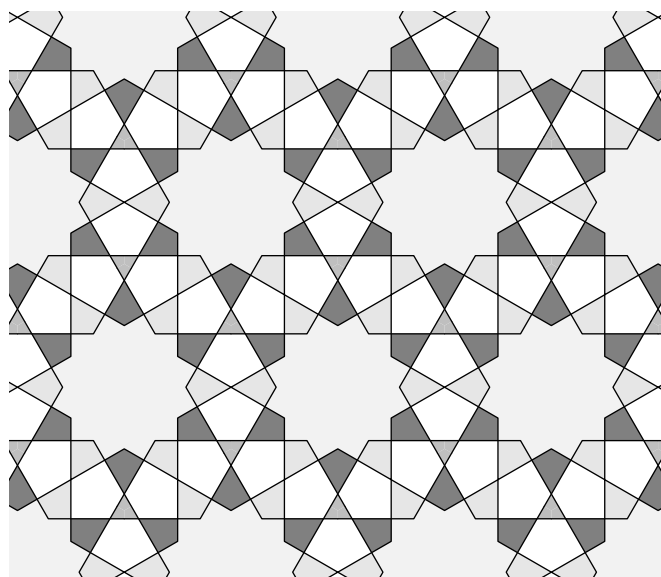
- 2 Mae cyflog gweinydd fesul awr o £6.81 yn arwain at gyflog blynyddol o £17 100. Mae'r tabl isod yn dangos y cyflog blynyddol cyfartalog o amryw grefftau a phroffesiynau*:

anaesthetegydd	£86 900
athro ysgol gynradd	£34 500
bargyfreithiwr	£89 400
briciwr	£31 800
cyfarwyddwr marchnata	£98 700
gweinydd	£17 100
gyrrwr trenau	£48 500
gyrrwr ambiwlans	£24 000
nyrs staff ysbyty	£27 000
peilot awyrennau	£54 000
peiriannydd niwclear	£52 500

Efallai y gall disgyblion blotio'r cyflogau hyn fel siart bar.

*Data o <https://uk.jobted.com/salary>

- 5 Mae'r patrwm yn y cwestiwn wedi'i gymryd o'r llyfryn ardderchog *Pattern: its structure and geometry*, gan Richard Padwick a Trevor Walker, a gyhoeddwyd gan Ceolfrith Press, 1997 (ISBN: 978-0904461237). Mae'n bosib y bydd disgyblion yn hoffi dylunio eu patrwm cyfansawdd eu hunain gan ddefnyddio amrywiaeth gyfyngedig o deils.
- 6 Mae canlyniad hysbys iawn, a gynigiwyd gan y mathemategydd Ffrengig o'r ail ganrif ar bymtheg Pierre de Fermat, bod rhif cysefin yn swm dau rif sgwâr os, a dim ond os, ei fod 1 yn fwy na lluosrif 4. Hefyd, gellir ysgrifennu unrhyw gyfanrif, N , fel swm dau rif sgwâr os, a dim ond os, pan gaiff ei ysgrifennu fel lluoswm ei ffactorau cysefin, er enghraifft $N = p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times \dots \times p_m^{k_m}$, nad oes term lle mae rhif cysefin p yn un yn llai na lluosrif 4 ac mae ei ber k yn odrif. Yn y cwestiwn, ni ellir ysgrifennu 161 fel swm dau rif sgwâr gan fod $161 = 71 \times 231$, ac mae 7 a 231 ill dau yn 1 yn llai na lluosrifau 4.
- 14 Mae celf Islamaidd yn deillio o'r dehongliad crefyddol sy'n rhagwahardd darluniad anifeiliaid, gan gynnwys bodau dynol. O ganlyniad, mae nifer o gelf Islamaidd yn lle yn ymgorffori blodau neu galigraffi, neu i raddau helaeth dyluniadau geometregol pur; caiff y rhain eu seilio yn aml ar sgwariau, hecsagonau a dodecagonau, octagonau, pentagonau a decagonau. Mae'r dyluniad isod wedi'i seilio ar un a ganfyddir yn Mosg Mawr Herat yng nngogledd-orllewin Affganistan.



- 16 Y polyhedron blaendor mwyaf cyffredin, wrth gwrs, yw'r icosahedron blaendor, y sail safonol ar gyfer pêl-droed. Mae ei hwynebau yn cynnwys 12 pentagon rheolaidd a 20 hecsagon rheolaidd, er bod arwyddion ffordd y DU yn dangos stadiwm pêl-droed cyfagos fel patrwm o hecsagonau yn unig.



- 22 Os, yn gyffredinol, bod gan gyfres o olwynion dannedd cyd-gloi A, B, C, D, a dant, b dant, c dant, d dant yn eu tro, yna bydd 1 troad o olwyn ddant A yn arwain at $\frac{a}{b}$ droad o olwyn B. Yn yr un modd, bydd 1 troad o olwyn ddant B yn arwain at $\frac{b}{c}$ droed o olwyn C, ac yn y blaen. O ganlyniad, bydd 1 troad o olwyn ddant A yn arwain at $\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d}$ troad o olwyn D. Gellir symleiddio hyn i $\frac{a}{d}$ troad, gan olygu bod nifer y dannedd o unrhyw olwyn ddant 'mewnol' yn hollol amherthnasol i'r canlyniad – sydd efallai rhywfaint yn gwrthsylweddol a syfrdanol.
- 24 Efallai y bydd dysgwyr yn hoffi ystyried a yw'n wir bod yna nifer *anfeidrol* o luosrifau o unrhyw rif gan ddefnyddio digidau'r rhif hwnnw yn unig.